

## De formule van Riegel en kilometertijden

De marathonloper Pete Riegel ontwikkelde een eenvoudige formule om te voorspellen welke tijd een hardloper nodig zou hebben om een bepaalde afstand af te leggen op basis van zijn tijden op eerder gelopen afstanden. Die formule luidt als volgt:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{1,07}$$

$T_1$  is de tijd, uitgedrukt in seconden, die gelopen is op de afstand  $d_1$  en  $T_2$  is de voorspelde tijd in seconden op de afstand  $d_2$ . De afstanden  $d_1$  en  $d_2$  zijn allebei in meters. De formule is geldig voor afstanden vanaf 1500 meter tot en met 42 195 meter, de marathon.

Harald loopt de 1500 meter in 4 minuten en 52 seconden.

- 3p **10** Bereken in minuten en seconden Haralds te verwachten tijd op de 10 000 meter.

Als je voor  $d_1$  en  $d_2$  de afstanden in een andere eenheid dan meters zou invullen, dan geeft de formule dezelfde uitkomst.

- 2p **11** Leg zonder getallenvoorbeeld uit waarom de uitkomst die de formule geeft inderdaad niet verandert als je de beide afstanden in kilometers in plaats van meters invult.

Het ligt voor de hand dat de gemiddelde snelheid lager wordt als de te lopen afstand groter wordt. Dat is ook in overeenstemming met de formule: als de afstand tweemaal zo groot wordt, dan geldt volgens de formule van Riegel dat de gemiddelde snelheid altijd met hetzelfde percentage afneemt.

- 5p **12** Bereken dit percentage.

Een andere maat voor de snelheid is de **kilometertijd**  $K$ , het aantal seconden dat een hardloper gemiddeld per kilometer nodig heeft. In formulevorm:

$$K = \frac{T}{d}$$

Hierbij is  $T$  de totale tijd in seconden en  $d$  de afstand in kilometers.

Als we naar de wereldrecords op de langere loopafstanden kijken, dan blijken de kilometertijden heel goed te voorspellen te zijn met de formule van Riegel. Dat is opmerkelijk want die afstanden werden door verschillende hardlopers gelopen.

Het wereldrecord op de 1500 meter is precies 3 minuten en 26 seconden<sup>1)</sup>. Uitgaande van dit wereldrecord kunnen de tijden voor de wereldrecords op de andere afstanden met behulp van de formule van Riegel berekend worden met  $T = 206 \cdot \left(\frac{d}{1,5}\right)^{1,07}$ . In deze formule is  $T$  de gelopen tijd in seconden voor het wereldrecord op de afstand  $d$  km.

Met behulp van deze formule en de formule  $K = \frac{T}{d}$  is het mogelijk een formule op te stellen voor de kilometertijden van de wereldrecords in de vorm:

$$K = p \cdot d^q$$

Hierbij is  $K$  de kilometertijd in seconden en  $d$  de afstand in kilometers.

4p 13 Bereken  $p$  en  $q$  in twee decimalen nauwkeurig.

Een variant van de formule van Riegel met een nog onbekende exponent  $a$  kan ook gebruikt worden bij schaatsen. Die formule ziet er dan als volgt uit:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^a \quad (\text{met de tijden in seconden en de afstanden in meters})$$

Een schaatsliefhebster gebruikte eind 2015 de wereldrecords op de 5000 meter en de 10 000 meter om de waarde van de exponent  $a$  te berekenen.

Op de 5000 meter was eind 2015 het wereldrecord 6 minuten en 3,32 seconden. Het wereldrecord op de 10 000 meter was op dat moment 12 minuten en 36,30 seconden.

4p 14 Bereken de waarde van  $a$  in drie decimalen nauwkeurig op basis van deze twee wereldrecords.

noot 1 Dit record geldt sinds 1998. In deze opgave gaan we ervan uit dat dit record nog steeds geldt.