

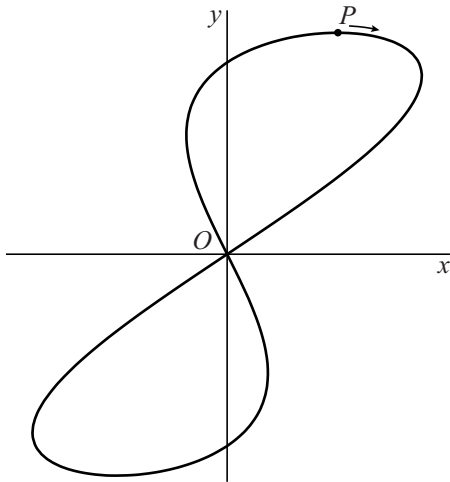
## Een achtbaan

De baan van een punt  $P$  wordt gegeven door de volgende bewegingsvergelijkingen:

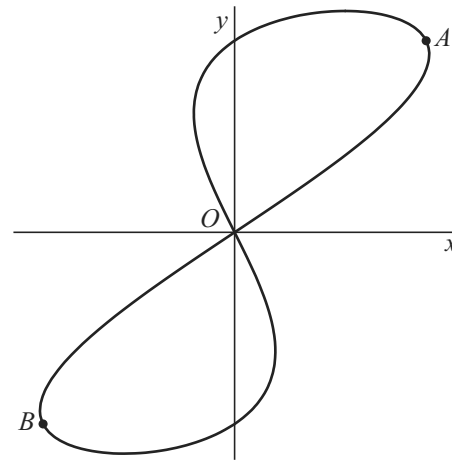
$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) + \sin(2t) \\ y(t) = 2\cos(t) \end{cases} \quad \text{met } t \text{ in seconden en } x \text{ en } y \text{ in meter.}$$

Als  $t$  loopt van  $0$  tot  $2\pi$ , doorloopt  $P$  de baan precies één keer. In figuur 1 is deze baan weergegeven. Ook is te zien waar  $P$  zich bevindt op  $t = 0$  en in welke richting  $P$  zich dan beweegt.

figuur 1



figuur 2



- 5p **6** Bereken met behulp van differentiëren de maximale snelheid van het punt  $P$  in meter per seconde. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voor  $0 \leq t \leq 2\pi$  zijn er vier tijdstippen waarop de  $x$ -coördinaat en de  $y$ -coördinaat van  $P$  aan elkaar gelijk zijn. Op deze tijdstippen bevindt  $P$  zich achtereenvolgens in de punten  $A$ ,  $O$ ,  $B$  en  $O$ . Zie figuur 2.

- 5p **7** Bereken exact hoeveel seconden de beweging van  $A$  naar  $B$  duurt.

Een punt  $Q$  maakt dezelfde beweging als  $P$ , maar  $Q$  loopt  $\pi$  seconden vóór op  $P$ .

De bewegingsvergelijkingen van  $Q$  zijn dan:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t + \pi) + \sin(2(t + \pi)) \\ y(t) = 2\cos(t + \pi) \end{cases}$$

Als  $t = \frac{1}{2}\pi$  en als  $t = \frac{3}{2}\pi$ , vallen  $P$  en  $Q$  samen. Op alle andere tijdstippen is er sprake van een lijnstuk  $PQ$ .

- 4p **8** Bewijs dat de helling van lijnstuk  $PQ$  onafhankelijk van  $t$  is.